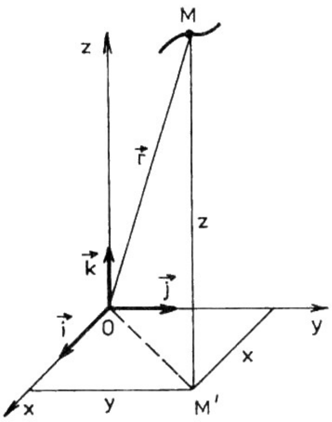
Křivočarý pohyb hmotného bodu

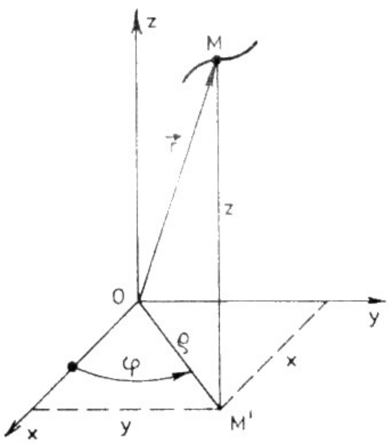
Obecný pohyb v rovině nebo prostoru.

Soustavy souřadnic

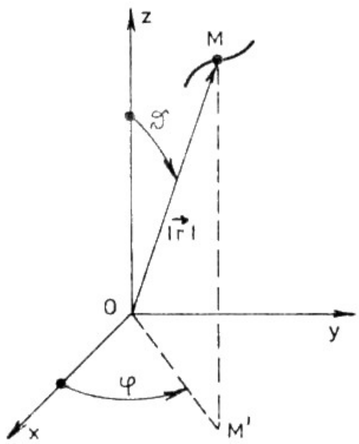
1. V rovině (2D)
   (a) Kartézská – x, y
   (b) Polární – ρ, φ
   (c) Přirozená – t, n
2. V prostoru (3D)
   (a) Kartézská – x, y, z
   (b) Cylindrická – ρ, φ, z
   (c) Sférická – ρ, φ, θ
   (d) Přirozená – tečna, normála, binormála



Kartézské souřadnice



Cylindrické souřadnice

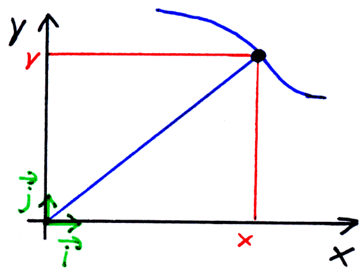


Sférické souřadnice

Kartézské souřadnice v rovině

Nejčastěji užívané souřadnice.

Poloha	$\vec{r} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j}$	$\vec{r} = [x,\ y]$
Rychlost	$\vec{v} = v_x \cdot \vec{i} + v_y \cdot \vec{j}$	$\vec{v} = [v_x,\ v_y]$
Zrychlení	$\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j}$	$\vec{a} = [a_x,\ a_y]$

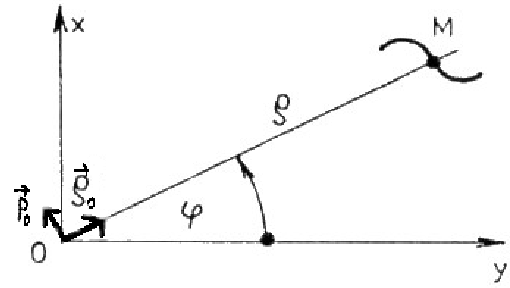


Složky rychlosti: $v_x = \mathrm{d}x/\mathrm{d}t,\ v_y = \mathrm{d}y/\mathrm{d}t$
Velikost rychlosti: $v = |\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$
Složky zrychlení: $a_x = \mathrm{d}v_x/\mathrm{d}t,\ a_y = \mathrm{d}v_y/\mathrm{d}t$
Velikost zrychlení: $a = |\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$

Polární souřadnice

Pro směrové vektory polárních souřadnic platí:

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{\rho}_0}{\mathrm{d}t} &= \dot{\varphi}\cdot\overrightarrow{p}_0\\ \frac{\mathrm{d}\overrightarrow{p}_0}{\mathrm{d}t} &= -\dot{\varphi}\cdot\overrightarrow{\rho}_0\end{aligned}$$



Poloha:

$$\overrightarrow{r} = \rho\cdot\overrightarrow{\rho}_0$$

Rychlost a zrychlení se získají derivací předcházejících výrazu jako součinu.
Rychlost:

$$\overrightarrow{v} = \frac{\mathrm{d}\overrightarrow{r}}{\mathrm{d}t} = \dot{\rho}\cdot\overrightarrow{\rho}_0 + \rho\cdot\dot{\varphi}\cdot\overrightarrow{p}_0$$

$\dot{\rho}\cdot\overrightarrow{\rho}_0$ – změna poloměru (radiální složka)
$\rho\cdot\dot{\varphi}\cdot\overrightarrow{p}_0$ – pohyb po kružnici (tečná složka)

Zrychlení:

$$\overrightarrow{a} = \frac{\mathrm{d}\overrightarrow{v}}{\mathrm{d}t} = \ddot{\rho}\cdot\overrightarrow{\rho}_0 + 2\cdot\dot{\rho}\cdot\dot{\varphi}\cdot\overrightarrow{p}_0 + \rho\cdot\ddot{\varphi}\cdot\overrightarrow{p}_0 - \rho\cdot\dot{\varphi}^2\cdot\overrightarrow{\rho}_0$$

$\ddot{\rho}\cdot\overrightarrow{\rho}_0$ – změna poloměru
$2\cdot\dot{\rho}\cdot\dot{\varphi}\cdot\overrightarrow{p}_0$ – Coriolisovo zrychlení
$\rho\cdot\ddot{\varphi}\cdot\overrightarrow{p}_0$ – tečné zrychlení
$-\rho\cdot\dot{\varphi}^2\cdot\overrightarrow{\rho}_0$ – dostředivé rychlení

Velikost rychlosti: $v = |\overrightarrow{v}| = \sqrt{\dot{\rho}^2 + \rho^2\cdot\dot{\varphi}^2}$
Velikost zrychlení: $a = |\overrightarrow{a}| = \sqrt{(\ddot{\rho} - \rho\cdot\dot{\varphi}^2)^2 + (2\cdot\dot{\rho}\cdot\dot{\varphi} + \rho\cdot\ddot{\varphi})^2}$

Pohyb po kružnici

Zvláštní případ pohybu v polárních souřadnicích, kdy platí

$$\rho = R = \text{konst.}$$

Poloha:

$$\overrightarrow{r} = R\cdot\overrightarrow{\rho}_0$$

Rychlost:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{v} &= R\cdot\dot{\varphi}\cdot\overrightarrow{p}_0\\ v &= R\cdot\omega\end{aligned}$$

Zrychlení:

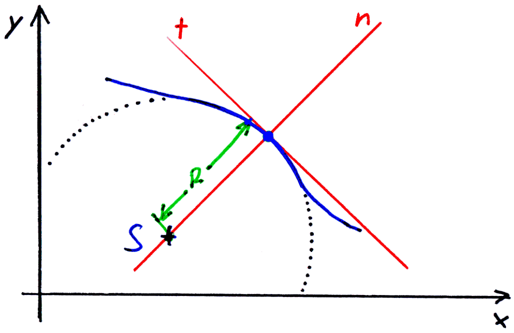
$$\overrightarrow{a} = R\cdot\ddot{\varphi}\cdot\overrightarrow{p}_0 - R\cdot\dot{\varphi}^2\cdot\overrightarrow{\rho}_0$$

$a_t = \rho \cdot \ddot{\varphi} = R \cdot \alpha$	– tečné zrychlení (změna velikosti rychlosti)
$a_n = \rho \cdot \dot{\varphi}^2 = R \cdot \omega^2 = \frac{v^2}{R}$	– dostředivé rychlení (změna směru rychlosti)

Velikost zrychlení je $a = |\overrightarrow{a}| = \sqrt{a_n^2 + a_t^2}$.

Přirozené souřadnice

Jakýkoli křivočarý pohyb lze na okamžik považovat za pohyb po kružnici, proto je snaha popsat pohyb jako pohyb v přirozených souřadnicích, které jsou popsány ve směrech, které popisují trajektorii - tečna a normála.



Převod kartézských souřadnic na přirozené

Je známa poloha jako funkce času, následujícím postupem se určí okamžitý poloměr trajektorie, tečné a normálové okamžité zrychlení

$$
\begin{aligned}
x &= x(t) \\
y &= y(t) \\
v_x &= \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \\
v_y &= \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} \\
a_x &= \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t} \\
a_y &= \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t} \\
v &= \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \\
a &= \sqrt{a_x^2 + a_y^2} \\
a_t &= \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} \\
a_n &= \sqrt{a^2 - a_t^2} \\
R &= \frac{v^2}{a_n}
\end{aligned}
$$