



Komentovaný metodický list č. 3/4

Vytvořil: Ing. Oldřich Ševeček v rámci grantového projektu FRVŠ 2421/2007/G1

Téma:

Zahrnutí vlivu přemostění trhliny do výsledného pole napětí - výpočet zobecněného mostíčního součinitele intenzity napětí.

Zadání:

Vypočtete vliv přemostění trhliny na výsledné pole napětí pro případ trhliny končící na rozhraní dvou ortotropních materiálů. Výpočet proveďte pro různé velikosti vnějšího zatížení. Výsledek okomentujte.

Řešení:

Cílem je vypočítat zobecněný mostíční součinitel intenzity napětí H_{br} dle následující rovnice:

$$H_{br} = \int_{-h}^0 W(y, h) \sigma_{br}(y) dy, \quad (1)$$

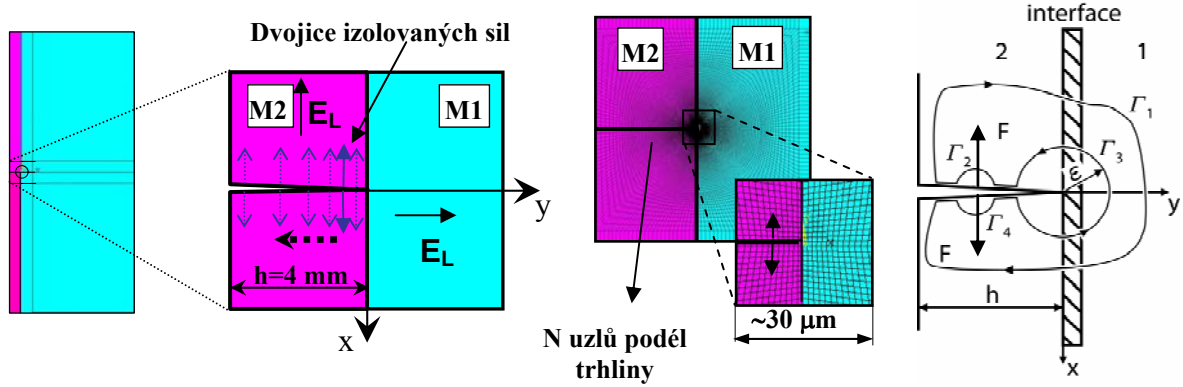
Výsledný faktor intenzity napětí pro přemostěnou trhlínu H_{tip} bude potom $H_{tip} = H_{appl} - H_{br}$ - viz závěrečná zpráva. H_{appl} je klasický zobecněný součinitel intenzity napětí vypočtený v předchozím metodickém listě. Abychom mohli vypočítat H_{br} je zapotřebí znát mostíční váhovou funkci W vyjadřující váhu příspěvku vlákna v dané vzdálenosti od kořene trhliny do mostíčního napětí. Dále pak bude zapotřebí na základě zvoleného mostíčního modelu vypočítat mostíční napětí podél líců trhliny - σ_{br} .

1) Výpočet mostíční váhové funkce

Hodnoty váhové funkce určíme postupným zatěžováním bi-materiálového modelu podél líců trhliny dvojicí osamělých sil (viz Obr.1), přičemž pro každý zátěžný krok určíme zobecněný součinitel intenzity napětí vyvolaný touto dvojicí sil. Působící dvojice sil se postupně umísťují v různých bodech od kořene až po volných povrch materiálu 2. Součinitel intenzity napětí charakterizující daný zátěžný stav (od dvojice sil) vypočítáme podobným způsobem jako zobecněný součinitel intenzity napětí (viz metodický list č.2), popisující pole napětí v okolí obecného koncentrátoru u tělesa podrobeného nějakému vnějšímu zatížení. Výpočet bude pouze odlišný v tom, že integrál podél líců trhliny nebude díky přítomnosti izolovaných sil nulový, ale bude mít konečnou velikost. Jeho hodnotu potom spočítáme pomocí vztahu:

$$H_{isolF}(c_1 - c_2) = \int_{\Gamma_1} (\sigma_{ij} n_j \hat{u}_i - \hat{\sigma}_{ij} n_j u_i) dl + F_i \hat{u}_i(x=0, y), \quad (2)$$

kde H_{isolF} je hledaný faktor intenzity napětí, rozdíl $(c_1 - c_2)$ je integrál přes křivku Γ_3 (poloměr $\Gamma_3 \rightarrow 0$ - Obr. 1.) a \hat{u}_i je tzv. pomocné řešení pro $x=0, y=y_0$ - viz závěrečná zpráva. Výpočet pole napětí a deformace na dráze Γ_1 (Obr.1) se provede pomocí MKP systému ANSYS. Samotný výpočet H_{isolF} se potom provede opět v matematickém softwaru MATLAB.



Obr. 1. Postupné zatěžování vzorku dvojicí izolovaných sil podél líců trhliny a integrační cesty v okolí kořene přemostěné trhliny.

2) Výpočet mostíčního napětí

Mostíční napětí podél líců trhliny se vypočítá dle jistých rekurentní vztahů (viz závěrečná zpráva), které využívají MKP výpočtů na zvoleném typu vzorku. Je zapotřebí mít informace o posuvech v uzlech na lících trhliny v závislosti na polohách působících sil. Dále je třeba mít dále definovaný nějaký model přemostění – jako například následující dva modely:

$$a) \sigma_{br(n,1)}(y) = \beta \sqrt{v_{n,1}(y)}, \quad n=1 \quad (3)$$

$$b) \hat{\sigma}_{br(n,1)} = \beta \sqrt{v_{n,1}(y)} \cdot \underbrace{\exp \left[- \left(\frac{\sigma_{br(n,1)}}{c_f \Sigma} \right)^{m+1} \right]}_{\text{podíl neporušených vláken}} + \sigma_{P(n,1)} \underbrace{\left\{ 1 - \exp \left[- \left(\frac{\sigma_{br(n,1)}}{c_f \Sigma} \right)^{m+1} \right] \right\}}_{\text{podíl přetržených vláken}}, \quad n=1 \quad (4)$$

$$\sigma_{P(n,1)}(y) = \frac{2c_f \tau}{R} (\langle h \rangle - v_{n,1}(y)), \quad n=1 \quad (5)$$

$$v_{br(n,1)}(y) = \sum_i v_{br0}(y, y_i) \cdot \hat{\sigma}_{br(n,1)}(y_i) \cdot S(y_i) \quad (6)$$

Model přemostění a) je jednoduchý Budianského model, model b) je pokročilý model zahrnující vliv statistického rozložení pevnosti vláken podél jejich délky – detaily viz závěrečná zpráva. K výpočtu zmíněného mostíčního napětí je využito vstupních souborů do programu MATLAB jejichž vstupem jsou příslušné MKP výpočty ze systému ANSYS.

Demonstrativní výpočet:

Model bi-materiálového vzorku je pro názornou demonstraci použité metody zhotoven opět ze dvou materiálových vrstev M1 a M2 (viz metodický list č.1), kde elastické vlastnosti obou materiálů jsou identické: $E_L = 137 \text{ GPa}$, $E_T = E_Z = 10,8 \text{ GPa}$ $G_{ZT} = 3,36 \text{ GPa}$ $\nu_{TZ} = 0,49$ $G_{ZL} = G_{TL} = 5,65 \text{ GPa}$ $\nu_{ZL} = \nu_{TL} = 0,238$ – pouze hlavní materiálové směry jsou vzájemně u těchto materiálů pootočený o 90° . Prakticky to znamená, že materiál M1 má Youngův modul E_L ve směru osy y a materiál M2 má E_L ve směru osy x . Je samozřejmě možné si nadefinovat jakýkoliv vlastní materiál (i obecně anisotropní – zde bude však problém získat všechny potřebné elastické konstanty).

Kroky samotného výpočtu užitím zdrojových souborů jsou následující:

- výpočet H_{br} je možné opět rozdělit do dvou fází – výpočet potřebných veličin pomocí MKP systému ANSYS a pak zpracování těchto veličin v systému MATLAB.

1) Výpočet pole napětí a deformací na křivce Γ_1 (Obr. 1) od zatížení izolovanými silami; Výpočet posuvů líců trhliny od zatížení izolovanými silami; Výpočet posuvů líců trhliny od zatížení na hranici vzorku:

Tyto výpočty se provedou pomocí MKP analýzy v ANSYSU, pro který je připraven v adresáři „3_Premosteni“ vstupní soubor „Exel_Bridging-bimaterial.txt“ ve kterém se zadávají opět parametry vzorku, materiál a jemnost použité sítě. Tento soubor využívá ještě k vytvoření sítě dalšího souboru „sit-bimaterial-premosteni.txt“ do kterého však není již třeba zasahovat, pouze jej mít ve stejném adresáři. Samotný výpočet může být časově náročnější jelikož se nejedná pouze o jeden výpočet ale o sérii výpočtů rovnající se počtu uzlů na lici trhliny (zatížení dvojicí izolovaných sil se provádí postupně ve všech uzlech podél líců trhliny- viz Obr.1). Může se tedy jednat o desítky lineárních výpočtů (v závislosti na jemnosti použité sítě). Jejich rychlost bude potom záviset na použitém hardware. Neměla by ale překročit řádově hodiny.

Výstupem z ANSYSU jsou potom v podadresáři „MKPdata“ následující soubory:

- Force_faceopenings_F=XX_N=XX.txt
- Bridging_Path_R3=XX_F=XX_N=XX.txt
- Whole_Body_Loaded_MPa=XX_N=XX.txt

kde XX označují vždy konkrétní hodnotu definovanou ve vstupním souboru, F – je velikost izolované síly v N, MPa znamená velikost vnějšího zatížení v MPa a N počet uzlů podél líců trhliny, ve kterých je váhová funkce počítána. V prvním zmíněném souboru jsou obsaženy hodnoty posuvů líců trhliny způsobené izolovanou silou v určité pozici – v tomto souboru je uloženo všech N výpočtů – tedy NxN řádků (zatěžuje se postupně ve všech uzlech podél trhliny). Tyto data jsou zapotřebí pro výpočet mostíciho napětí σ_{br} o kterém bude zmínka v dalším textu. Ve druhém uvedeném souboru jsou hodnoty posuvů a napětí podél integrační cesty Γ_1 o poloměru R3 – nastavené ve vstupním souboru nezbytné pro výpočet integrálu (2). Opět je zde ve sloupcích N x M řádků, kde M je počet uzlů na dráze Γ_1 . V posledním výstupním souboru jsou hodnoty posuvů podél líců trhliny pro případ, že těleso je zatíženo klasicky na hranici nějakým tahovým zatížením – stejně jako při výpočtu GSIF. Tento výpočet je opět potřeba pro výpočet mostíciho napětí.

2) Výpočet váhové funkce, mostíciho napětí a zobecněného mostíciho součinitele intenzity napětí:

K tomuto účelu byl v softwaru MATLAB zpracován vstupní soubor „Exe2_Hbr_calculation.m“, kde je možné přímo v tomto souboru (v INPUT oblasti) zvolit jaký model přemostění bude použit (zda jednoduchý Budianského model a nebo rozšířený model přemostění). Hlavním úkolem tohoto makra je načíst výše zmíněné výstupy z ANSYSU a vypočítat z dat v nich uložených potřebné veličiny.

Na následujícím Obrázku 2. je ukázka z úvodní části souboru „Exe2_Hbr_calculation.m“, kde se zadávají vstupní parametry modelu – tzv. INPUT oblast. Význam všech veličin je uveden vždy na stejném řádku, není jej tedy třeba znovu uvádět i zde. Je nutné akorát poznamenat, že parametry *alfa*, *TL*, *uzlu*, *R3* a *IZOLSILA* musí být zadány stejně jako byly v předchozím MKP výpočtu – jinak bychom počítali úplně jinou úlohu a výstupy z ANSYSU by nekorespondovali s příslušnými veličinami v MATLABU. Parametry *alfa* a *TL*, lze zjistit v INPUT oblasti souboru „Exe1_Bridging-bimaterial.txt“ a parametry *uzlu* a *R3* zjistíme přímo z názvu výstupních souborů z ANSYSu (viz výše - *uzlu* = *N*, ...). V případě že jsou zadány tyto parametry chybně, neprovede se ani načtení příslušných souborů z ansysu, což může defakto sloužit i jako kontrola správnosti parametrů.

```

6  %*****
7  %***** I N P U T   O B L A S T *****
8  %*****
9  %POZN: integracni polomer se nacita primo z txt souboru ansysu - je tam
10 %ulozenen ve sloupci 'SOURR'-4. sloupec. - viz radek 37 (hodnoty v metrech)
11
12 alfa=0;          %uhel trhliny od zaporne osy X
13 pripona='';    %možno zvolit libovolnou priponu souboru - napriklad pri provadeni parametrickych studií k odlišení vypoctu
14
15 TL=4;          % Tloustka povrchove vrstvy
16 uzlu=194;      % Pocet uzlu podél lícu trhliny do kterých aplikujeme v MKP izolovanou dvojici sil (viz nazev vystupnich souborů z ansysu a velicina NN)
17 R3=3.9;        % Polomer integracni cesty R3 - viz nazev vystupniho souboru z ansysu
18 IZOLSILA=1000; % Velikost izolovane sily zadavane v ansysu (po prepoctu dostaneme jednotkovou silu)
19
20 %*****
21 Br_Model='2'   %zadanim hodnoty u teto promenne se urci, který model přemosteni se pro vypocet pouzije
22 %1 - bude pocitat jednoduchy Budianskeho model přemosteni
23 %2 - bude pocitat pokrocily model přemosteni uvazujici vytahovani vlaken
24 %*****
25 cf = 0.4 ;     % Objemovy podíl vlaken
26 Ef = 228000 ; % (MPa) modul pružnosti v tahu vlaken
27 Em = Ef/3 ;   % (MPa) modul pružnosti v tahu matrice
28 Ec = 137000 ; % (MPa) modul pružnosti celkový kompozitu
29 R = 7*10^(-3) % Polomer vlakna
30 TAU = 7       % (MPa) smykové napeti - interface slipping shear resistance stress
31 mm = 3;       % koeficient weibullova rozdeleni do vypoctu přemosteni u modelu s vytahovanim vlaken
32 pretrzenivlakn=2000 ; %hodnota v MPA při které dojde k přetržení vláken
33
34 VNAPETI = 1;  %napeti, kterým je vzorek zatizen na hranici v ANSYSU (je to schvalne jednotkove, aby bylo mozne potom prepocitat otevreni na libovoln
35 ISOLFORCE = 1; %velikost izolovane sily, kterou je vzorek zatizen na líci trhliny
36
37 % do nasledujici promenne Stress_range zadame pocatecni a koncovou hodnotu
38 % vnejsiho napeti, pro kterou chceme pocitat Hbr
39 Stress_range(1)=1;
40 Stress_range(2)=150;
41

```

Obr.2. Input oblast ve vstupním souboru do MATLABU

Samotný výpočet probíhá po spuštění souboru „Exe2_Hbr_calculation.m“ v MATLABu následovně:

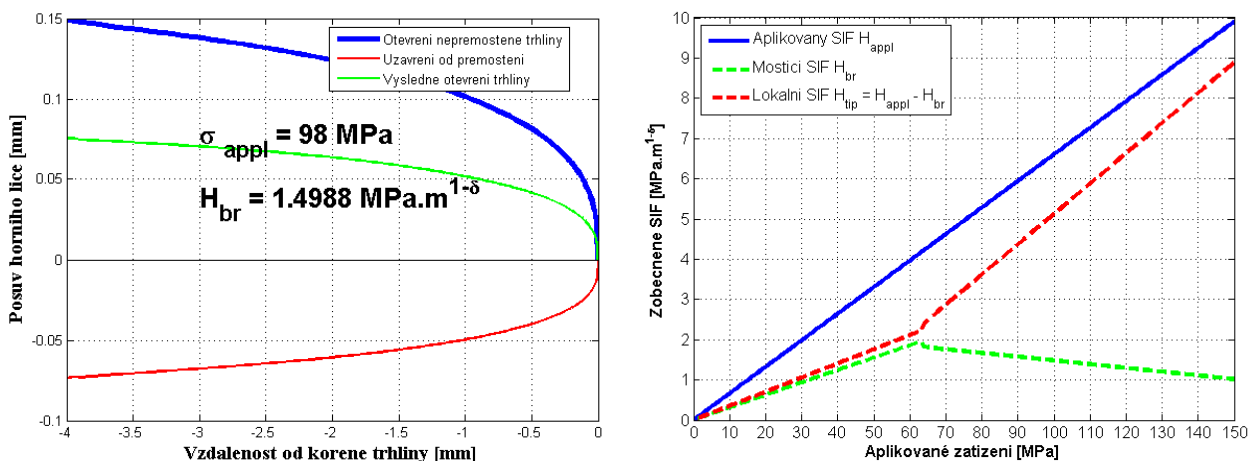
- načtou se výstupní textové soubory z ANSYSU (viz výše), sestaví se matice dat obsahující informace o jednotlivých uzlech podél integrační cesty Γ_1 o poloměru *R3* – matice začíná řádkem kde jsou informace o uzlu na dolním (pravém) líci trhliny a končí informacemi o uzlu na horním (levém) líci trhliny.
- pomocí numerické integrace (simpsonova metoda) a z definice ψ -integrálu se stanoví potřebné veličiny ve vztahu (2) a následně se vypočítá hodnota H_{isolF} označená jako proměnná $GSIFbridge(i)$. Toto se cyklem provede pro všechny polohy dvojice izolovaných sil (tj. pro všechny uzly na líci trhliny) – zdrojem je soubor “Bridging_Path_R3=XX_F=XX_N=XX.txt“.

- o dále se na základě rekurentních vztahů (viz závěrečná zpráva) nalezne mostíci napětí podél liců trhliny (využije se zde výstupních souborů „Force_faceopenings_F=XX_N=XX.txt“; „Whole_Body_Loaded_MPa=XX_N=XX.txt“.
- o z průběhů hodnot H_{isolF} a mostíciho napětí podél liců trhliny se v dalším kroku vypočítá numerickou integrací hodnota H_{br} – proměnná K_{bridge} .
- o Na závěr se vykreslí pro dané zatížení výsledné otevření trhliny + mostíci efekt (v porovnání s nepřemostěným případem) a dále grafické závislosti H_{br} na velikosti aplikovaného zatížení (rozsah napětí od-do se zadává v input oblasti souboru „Exe2_Hbr_calculation.m“) – oba tyto výstupy lze uložit i jako animaci *.avi, která je poměrně názornou ukázkou chování modelu při rostoucím zatížení.

Pozn.: Zdrojový soubor do MATLABu „Exe2_Hbr_calculation.m“ využívá při svém výpočtu ještě soubory „vl_vektory_z_maplu.m“ a soubor „SingularSolution.m“, které musí být rovněž v pracovním adresáři přítomny. Soubor „vl_vektory_z_maplu.m“ obsahuje vlastní čísla a vlastní vektory odpovídající bimateriálu s trhlinou končící kolmo na rozhraní. Tyto vlastní čísla a vektory vždy závisí na zvoleném materiálu, proto při každé změně materiálu je nutné nejdříve vygenerovat i tento soubor v softwaru MAPLE. Druhý soubor – funkce „SingularSolution.m“ sestaví z vlastních čísel a vektorů funkce $g_i(\theta)$, $f_{ij}(\theta)$, ze kterých se pak počítají pro příslušný úhel a příslušnou vzdálenost od kořene hodnoty posuvů a napětí – singulární řešení. Stejně tak se pomocí této funkce vypočítá i tzv. pomocné řešení – viz závěrečná zpráva.

Výstupy:

- výstupem jsou grafy závislosti mostíciho faktoru intenzity napětí na vnějším zatížení a výsledné otevření trhliny pro dané zatížení.



Obr.3. Ukázka grafického výstupu ze souboru „Exe2_Hbr_calculation.m“

- dále může být výstupem animace průběhu otevření líců trhliny s uvažáním mostíčního efektu pro různé velikosti zatížení. Vytvoření této animace lze přímo v souboru „Exe2_Hbr_calculation.m“ vypnout – v závěrečné části nastavením proměnné PROVEST na 0 (pro úsporu výpočetního času).

Zhodnocení:

Na základě výše uvedených výpočtů se získal zobecněný mostíční faktor intenzity napětí o který se sníží aplikovaný zobecněný součinitel intenzity napětí vypočtený pro nepřemostěnou trhlinu (viz metodický list č.2) - $H_{tip}=H_{appl}-H_{br}$. Výsledný zobecněný faktor intenzity napětí H_{tip} se nyní použije pro popis singulární složky pole napětí:

$$\sigma_{ij} = H_{tip} \cdot r^{\delta-1} f_{ij}(\theta) \quad (7)$$

Veškerá snaha nalezení faktoru H_{tip} se dále zúročí při aplikaci lomových kritérií, kam tento faktor intenzity H_{tip} napětí dosadíme. Obsahuje v sobě totiž již informace o samotném přemostění trhliny a umožní nám tak posouzení jak se bude chovat trhlinka přemostěná vlákny narozdíl od nepřemostěné trhliny.

Úlohy pro studenty:

- Proveďte studii závislosti velikosti mostíčního faktoru intenzity napětí na modulu pružnosti vláken, pevnosti vláken, případně jiných parametrech vystupujících v modelech přemostění.
- Porovnejte výsledky z jednoduchého a pokročilého mostíčního modelu.